

Dommage et liane

Mémé Paulette prévoit une expédition dans la jungle, au cours de laquelle elle veut s'amuser à passer d'arbre en arbre à la manière de Tarzan, en s'accrochant aux lianes. Folie ? Elle le sait bien, mais personne ne sera là pour la regarder. Afin ne pas se casser la figure tout de suite, elle étudie auparavant un pendule en laboratoire.

On assimile un pendule à une ficelle inextensible sans masse *restant toujours tendue*, accrochée à un point fixe autour duquel elle peut tourner sans frotter. Y est attaché un objet de masse m . On notera L la longueur du pendule (entre le point d'attache fixe et le centre de gravité de l'objet). On négligera toute action de l'air. On admettra que la tension du fil ne fait pas varier l'énergie mécanique du pendule. On donne $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$.

1. L'objet est lâché sans vitesse initiale, le pendule faisant par rapport à la verticale un angle θ_0 . Déterminer la vitesse de l'objet au passage à la verticale et déterminer l'angle auquel il va remonter de l'autre côté.

2. L'objet est initialement à sa position d'équilibre verticale et on lui donne une vitesse initiale horizontale v_0 . Déterminer l'angle θ_{\max} que fait le pendule avec la verticale lorsqu'il atteint sa hauteur maximale. Discuter de l'existence de θ_{\max} et de la possibilité de faire plus d'un tour.

3. Mémé Paulette, de masse $m = 70 \text{ kg}$ avec armes et bagages, envisage une situation où elle est sur une branche, tenant sa liane tendue. La liane a une longueur $L = 7,1 \text{ m}$ et elle la tient initialement inclinée à 45° . Elle veut atteindre un point situé à une distance horizontale $D = 11,8 \text{ m}$ d'elle et à une hauteur $h = 3,00 \text{ m}$ plus haut qu'elle. Déterminer la vitesse initiale (tangente à sa trajectoire) minimale pour arriver à son but.

4. Elle envisage également un scénario catastrophe, où elle se donne une vitesse deux fois plus grande que la vitesse calculée à la question précédente. Du coup, elle dépasse la branche d'arrivée et continue à tourner ; on suppose que la liane reste en permanence tendue. Lorsqu'elle arrive à son point le plus haut, mémé Paulette lâche la liane et retombe. Sachant que sa branche de départ se situait à une hauteur $z_0 = 15,0 \text{ m}$ au-dessus du sol, déterminer la vitesse de mémé Paulette à l'arrivée au sol.

5. Mémé Paulette se lance, avec la liane de $L = 7,1 \text{ m}$. Elle filme puis, à l'aide d'un logiciel de pointage et de traitement de données, trace son énergie potentielle de pesanteur E_{pp} , son énergie cinétique E_c et son énergie mécanique E_m en fonction du temps. Elle obtient le graphe ci-dessous.

Déterminer sa vitesse initiale et l'angle initial de sa liane avec la verticale. Déterminer l'angle maximal d'oscillation et au bout de combien de temps les oscillations font moins de 20° avec la verticale. Que dire de l'action de l'air ? Tracer les courbes que l'on obtiendrait si elle était négligeable.

