EXERCICE I : ÉTUDE D'UN OSCILLATEUR (5,5 points)

Notre objectif est d'étudier le mouvement d'une masse m attachée à un support immobile par un ressort horizontal de constante de raideur k.

I - L'OSCILLATEUR HARMONIQUE

Une masse est libre de se déplacer sans frottement sur un rail horizontal. Après avoir écarté la masse de sa position d'équilibre, on la libère sans vitesse initiale.

1. Représenter sur le schéma donné en **annexe 1 à rendre avec la copie** les forces agissant sur la masse m. Le point O donne l'abscisse du centre de gravité G à la position d'équilibre du système. Dans cette position le ressort n'est ni étiré ni comprimé.

2. En utilisant la deuxième loi de Newton, démontrer que l'équation différentielle du mouvement relative à l'abscisse x du centre de gravité G du mobile à l'instant t s'écrit :
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \text{où} \qquad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$
On établira cette équation dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

3. Montrer que l'expression $x(t) = A.\sin(\omega_0\, t + \varphi)$ est solution de cette équation différentielle.

4. On suppose qu'à l'instant initial t = 0 s, l'oscillateur possède une amplitude x_0 = 2 cm et une vitesse $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0s} = 0$. Déterminer les constantes A et φ qui correspondent à ces conditions initiales.

5. Exprimer la période propre To des oscillations de l'oscillateur en fonction de k et m.

II - ETUDE ÉNERGÉTIQUE

1. Établir l'expression du travail élémentaire δW d'une force extérieure appliquée à l'extrémité du ressort pour un allongement très petit δx. Déterminer par méthode graphique ou par intégration le travail effectué W par cette force pour un allongement x à partir de l'origine O.

2. Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique du système {masse - ressort} en fonction de l'allongement x.

3. Donner l'expression de l'énergie cinétique de la masse m et de l'énergie totale du système.

4. Quelle est l'hypothèse qui permet d'affirmer, dans cet exercice, que l'énergie totale du système reste constante ? En déduire son expression en fonction k et de l'amplitude maximale x_0.

III - APPLICATION A LA MOLECULE DE CHLORURE D'HYDROGENE

Notre objectif est d'étudier le mouvement de vibration d'une molécule de chlorure d'hydrogène (HCl). Cette molécule peut-être modélisée par une masse m correspondant à l'atome d'hydrogène, un support immobile correspondant à l'atome de chlore, les deux parties étant reliées par un ressort de constante de raideur k qui représente la liaison entre les deux atomes.

1. Calculer la période propre T_0 pour la molécule de chlorure d'hydrogène sachant que la constante d'Avogadro N_A vaut 6,02 x 10^{23} mol^{-1}, que la masse molaire atomique M de l'hydrogène est de 1,00 $g.mol^{-1}$ et que la constante de raideur k vaut 510 $N.m^{-1}$.

2. Ce système peut fonctionner comme un résonateur, une onde électromagnétique de fréquence ν constituant son excitateur. Pour quelle valeur de la fréquence de l'onde observera-t-on le phénomène de résonance ?

3. Calculer la longueur d'onde dans le vide correspondant à cette fréquence et en déduire dans quel domaine de radiation est située l'onde excitatrice.
(Célérité de la lumière : c = 3,00 x 10^8 $m.s^{-1}$).

4. On remplace l'hydrogène par le deutérium noté ${}^{2}_{1}H$ de masse double par rapport à celle de l'hydrogène ; que devient la fréquence propre de vibration (ou d'oscillation) ?

ANNEXE